

Hong Kong Mathematics Olympiad (1995 – 96)

Final Event 1 (Individual)

香港數學競賽 (1995 – 96)

決賽項目 1 (個人)

- (i) The perimeter of an equilateral triangle is exactly the same in length as the perimeter of a regular hexagon. The ratio of the areas of the triangle and the hexagon is $2 : a$, find the value of a .

$a =$

若一個等邊三角形與一個正六邊形周長相等，而其面積的比為 $2 : a$ ，求 a 的值。

- (ii) If $5^x + 5^{-x} = a$ and $5^{3x} + 5^{-3x} = b$, find the value of b .

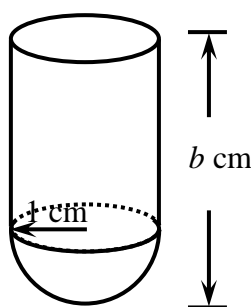
$b =$

若 $5^x + 5^{-x} = a$ 和 $5^{3x} + 5^{-3x} = b$ ，求 b 的值。

- (iii) The figure shows an open cylindrical tube (radius = 1 cm) with a hemispherical bottom of radius 1 cm. The height of the tube is b cm and the external surface area of the tube is $c\pi \text{ cm}^2$. Find the value of c .

$c =$

圖中為一圓柱體和半球體組成的無蓋空心物體。半球體和圓柱體的半徑均為 1 cm。若這物體的長度為 b cm，且表面面積為 $c\pi \text{ cm}^2$ ，求 c 的值。



- (iv) Two fair dice are thrown. Let d be the probability of getting the sum of scores to be $\frac{c}{6}$. Find the value of d .

$d =$

拋擲兩粒正常骰子，設取得點數總和是 $\frac{c}{6}$ 的概率為 d ，求 d 的值。

Hong Kong Mathematics Olympiad (1995 – 96)

Final Event 2 (Individual)

香港數學競賽 (1995 – 96)

決賽項目 2 (個人)

- (i) It is given that $m, n > 0$ and $m + n = 1$. If the minimum value of

$\left(1 + \frac{1}{m}\right)\left(1 + \frac{1}{n}\right)$ is a , find the value of a .

$a =$

已知 $m, n > 0$ 和 $m + n = 1$ 。若 $\left(1 + \frac{1}{m}\right)\left(1 + \frac{1}{n}\right)$ 的最小值為 a ，求 a 的值。

- (ii) If the roots of the equation $x^2 - (10 + a)x + 25 = 0$ are the square of the roots of the equation $x^2 + bx = 5$, find the positive value of b .

$b =$

方程 $x^2 - (10 + a)x + 25 = 0$ 的根是 $x^2 + bx = 5$ 的根的平方。求 b 的正數值。

- (iii) If $(xy - 2)^{b-1} + (x - 2y)^{b-1} = 0$ and $c = x^2 + y^2 - 1$, find the value of c .

$c =$

若 $(xy - 2)^{b-1} + (x - 2y)^{b-1} = 0$ 及 $c = x^2 + y^2 - 1$ ，求 c 的值。

- (iv) If $f(x)$ is a polynomial of degree two, $f(f(x)) = x^4 - 2x^2$ and $d = f(c)$, find the value of d .

$d =$

若 $f(x)$ 是一二次多項式， $f(f(x)) = x^4 - 2x^2$ 及 $d = f(c)$ ，求 d 的值。

Hong Kong Mathematics Olympiad (1995 – 96)

Final Event 3 (Individual)

香港數學競賽 (1995 – 96)

決賽項目 3 (個人)

- (i) If a is a real number and $2a^3 + a^2 - 275 = 0$, find the value of a .

$a =$

若 a 為實數及 $2a^3 + a^2 - 275 = 0$ ，求 a 的值。

- (ii) Find the value of b if $3^2 \cdot 3^5 \cdot 3^8 \cdots 3^{3b-1} = 27^a$.

$b =$

若 $3^2 \cdot 3^5 \cdot 3^8 \cdots 3^{3b-1} = 27^a$ ，求 b 的值。

- (iii) Find the value of c if $\log_b(b^c - 8) = 2 - c$.

$c =$

若 $\log_b(b^c - 8) = 2 - c$ ，求 c 的值。

- (iv) If $\left[(4^c)^c\right]^c = 2^d$, find the value of d .

$d =$

若 $\left[(4^c)^c\right]^c = 2^d$ ，求 d 的值。

Hong Kong Mathematics Olympiad (1995 – 96)

Final Event 4 (Individual)

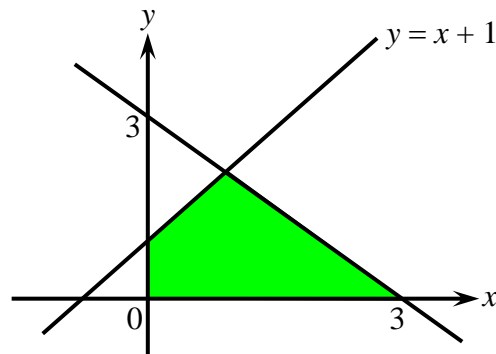
香港數學競賽 (1995 – 96)

決賽項目 4 (個人)

- (i) In the figure, the area of the shaded region is a . Find the value of a .

圖中陰影部分面積是 a 。求 a 的值。

$a =$



- (ii) If $8^b = 4^a - 4^3$, find the value of b .

$b =$

若 $8^b = 4^a - 4^3$ ，求 b 的值。

- (iii) Given that c is the positive root of the equation $x^2 - 100b + \frac{10000}{x^2} = 0$, find the value of c .

$c =$

已知 c 是方程式 $x^2 - 100b + \frac{10000}{x^2} = 0$ 之正根，求 c 的值。

- (iv) If $d = \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \cdots + \frac{1}{(c-1) \times c}$, find the value of d .

$d =$

若 $d = \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \cdots + \frac{1}{(c-1) \times c}$ ，求 d 的值。

Hong Kong Mathematics Olympiad (1995 – 96)

Final Event 5 (Individual)

香港數學競賽 (1995 – 96)

決賽項目 5 (個人)

- (i) Four fair dice are thrown. Let a be the probability of getting at least half of the outcome of the dice to be even. Find the value of a .

$a =$

同時投擲四顆骰子。設取得最小一半骰子的結果為偶數的概率為 a ，求 a 的值。

- (ii) It is given that $f(x) = \frac{3}{8}x^2(81)^{-\frac{1}{x}}$ and $g(x) = 4\log_{10}(14x) - 2\log_{10} 49$. Find the value of $b = f\{g[16(1-a)]\}$.

$b =$

已知 $f(x) = \frac{3}{8}x^2(81)^{-\frac{1}{x}}$ 和 $g(x) = 4\log_{10}(14x) - 2\log_{10} 49$ ，求 $b = f\{g[16(1-a)]\}$ 的值。

- (iii) Let $c = \frac{1}{b^2-1} + \frac{1}{(2b)^2-1} + \frac{1}{(3b)^2-1} + \cdots + \frac{1}{(10b)^2-1}$, find the value of c .

$c =$

設 $c = \frac{1}{b^2-1} + \frac{1}{(2b)^2-1} + \frac{1}{(3b)^2-1} + \cdots + \frac{1}{(10b)^2-1}$ ，求 c 的值。

Hint 提示： $\frac{1}{x^2-1} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1}\right)$

- (iv) In the following diagram, PC is a tangent to the circle (centre O) at the point P , and $\triangle ABO$ is an isosceles triangle, $AB = OB$, $\angle PCO = c$ and $d = \angle QPC$, where c, d are radian measures. Find the value of d . (take $\pi = 22/7$)

$d =$

在右圖中， PC 是圓（圓心為 O ）的切線，切點在 P 。 $\triangle ABO$ 是等腰三角形， $AB = OB$ ， $\angle PCO = c$ 及 $d = \angle QPC$ ，其中 c 、 d 為弧度。求 d 的值。（取 $\pi = 22/7$ ）

